INGflex

Ingenieurwesen - Maschinenbau/
Ingenieurwesen - Fahrzeugtechnik

Hochschule Osnabrück
University of Applied Sciences

Grundlagen der Mathematik, Teil 2

Thekla Steinfeld

Hausaufgabe 1 – WS 2014/2015 – 14.09.2014

Name: ____________________________________

Abgabe Ihrer ausführlichen Lösungen am **26.09.2014** spätestens um **15:30 Uhr**. Legen Sie Ihre Hausaufgaben in die flache mit „INGflex" beschriftete Kiste vor meinem Büro AD 0106 B **(N E U !)**.

Organisatorische Hinweise:

- Versehen Sie jedes Aufgabenblatt mit Ihrem Namen.
- Schreiben Sie leserlich, verwenden Sie keine rote Farbe und keinen Bleistift.
- Beschreiben Sie die Blätter nur einseitig.
- **Heften** Sie alle ausführlichen Lösungen in der richtigen Reihenfolge und stellen Sie das Aufgabenblatt mit Ihrem **leserlichen** Namen (**Druckbuchstaben!**) an den Anfang.

Lösen Sie alle Aufgaben möglichst o h n e Wertetabelle!

Aufgabe 1: lineare Funktionen

zu a) und b): Erstellen Sie jeweils eine oder zwei Funktionsgleichungen und lösen Sie die Aufgaben graphisch:

a) Ein Radfahrer benötigt für eine 60 km lange Strecke 3 Stunden. 30 Minuten später fährt eine Radsportlerin vom gleichen Startpunkt ab, die für diese Strecke 1 Stunde weniger benötigt. Wann und in welcher Entfernung vom Startpunkt holt die Radsportlerin den Radfahrer ein?
(x-Achse: 2 cm ≙ 1 h ; y-Achse: 1 cm ≙ 10 km)

b) Eine Pumpe fördert in jeweils 10 Minuten 50 Liter Flüssigkeit in einen Tank, der anfangs 1500 Liter enthält. Gleichzeitig werden aus dem Behälter im Verlauf von jeweils 5 Minuten 100 Liter entnommen. Nach wieviel Minuten ist der Tank leer?
(x-Achse: 2,5 cm ≙ 50 min. ; y-Achse: 2,5 cm ≙ 500 l)

c) Eine Schraubenfeder wird durch F_1 = 12N um s_1 = 12cm gedehnt. Stellen Sie aufgrund dieser Angaben eine Funktionsgleichung auf, die es ermöglicht, bei gegebener Kraft F die Dehnung s zu bestimmen. Zeichnen Sie den Graphen.
(x-Achse: 0,5 cm ≙ 2 N ; y-Achse: 0,5 cm ≙ 2 cm).

Aufgabe 2: quadratische Funktionen

a) Wird ein Stein zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 von einem Turm der Höhe h_0 senkrecht nach oben geworfen, so gilt für seine Höhe h zum Zeitpunkt $t \geq 0$:
$h(t) = -\frac{1}{2} gt^2 + v_0 t + h_0$.
- Ermitteln Sie den Funktionsterm h(t) in Scheitelpunktform, wenn der Stein aus einer Höhe von h_0=25 m über der Erdoberfläche mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 = 2,5 m/s geworfen wird. Für die Fallbeschleunigung g verwenden wir in Mitteleuropa den gebräuchlichen Näherungswert 10 m/s².
- Nach welcher Zeit trifft der Stein auf die Erdoberfläche?

b) Von einer an einem geradlinigen Kanal gelegenen Weidefläche soll ein rechteckiges Stück unter Einschluss des Kanals als Grenze mittels eines 240 m langen Zaunes eingegrenzt werden.
- Bestimmen Sie den Funktionsterm der Flächeninhaltsfunktion A in der Scheitelpunktform.
- Zeichen Sie den Graphen von A. (x-Achse: 1 cm ≙ 20 m; y-Achse: 1 cm ≙ 2000m²).
- Bestimmen Sie mit Hilfe des Graphen die Seitenlängen der eingegrenzten Weidefläche so, dass der Flächeninhalt maximal ist.

Aufgabe 3: ganzrationale Funktion

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 0{,}5\,x^4 - 1{,}5\,x^3 - 3x^2 + 4x$.

a) Berechnen Sie die Schnittpunkte mit den Achsen.

b) Skizzieren Sie den Verlauf des Graphen mit Hilfe der Ergebnisse von a) und den Grenzwertuntersuchungen für $|x| \to \infty$

(x-Achse: 1 cm $\hat{=}$ 1 Einheit; y-Achse: 1 cm $\hat{=}$ 2 Einheiten).

c) Machen Sie anhand des Graphen Aussagen zur Monotonie (Intervallschreibweise).

Aufgabe 4:

Stellen Sie die Funktion $f(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 8x - 4$ durch ihre Linearfaktoren dar.

Aufgabe 5: gebrochen-rationale Funktionen

Skizzieren Sie mit Hilfe von Nullstellen, Definitionslücken, Grenzwerten und Asymptoten jeweils den Graphen der Funktion f mit:

a) $f(x) = \frac{x^2}{x^2-4}$ (x-Achse: 1 cm $\hat{=}$ 1 Einheit; y-Achse: 1 cm $\hat{=}$ 1 Einheit).

b) $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}$ (x-Achse: 1 cm $\hat{=}$ 1 Einheit; y-Achse: 1 cm $\hat{=}$ 1 Einheit).

Ist diese Funktion an der Stelle x = 2 stetig? Antwort mit Begründung.

Aufgabe 6: Wurzelfunktionen

Skizzieren Sie den Graphen der Funktion f mit $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ über $[-6;\ 6]$, $D_f = \mathbb{R} \setminus (-2; 2)$.

Überprüfen Sie das Symmetrieverhalten und das Grenzwertverhalten an den Grenzen des Definitionsbereiches und für $|x| \to \infty$.

Aufgabe 7:

Skizzieren Sie die Graphen der Funktionen von a) und b). Geben Sie anschließend jeweils ihren Wertebereich W_f an.

Berechnen Sie anschließend die Umkehrfunktionen über D_f und geben Sie jeweils ihren Definitionsbereich $D_{f^{-1}}$ und $W_{f^{-1}}$ an:

a) $f(x) = 2x^2 - 3$ $D_f = \mathbb{R}^{\geq 0}$

b) $f(x) = 0{,}5x^3 - 2$ $D_f = \mathbb{R}$

Viel Erfolg!